

Я. Э. ЭЙНАСТО

О ПОСТРОЕНИИ СОСТАВНОЙ МОДЕЛИ ГАЛАКТИКИ И ОПРЕДЕЛЕНИИ СИСТЕМЫ ГАЛАКТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

1. Введение

Для сведения в единое целое имеющихся данных о строении звездных систем и для определения их гравитационного поля используются соответствующие модели. Естественно, что особенно много внимания уделяется построению модели нашей Галактики. Работы в этом направлении ведутся в Тарту уже свыше десяти лет. Вначале нас интересовало в основном только радиальное распределение масс в Галактике [1, 2]. В отношении же пространственного распределения модели не уточнялись или использовались специальные модели [3, 4]. В настоящее время мы ставим задачу построения более детальной модели Галактики, не связывая ее с какими-либо специальными допущениями.

Проблема построения модели Галактики тесно связана с проблемой построения системы галактических параметров и применением уравнений гидродинамики звездных систем. Вопросы гидродинамики звездных систем рассмотрены в работе Г. Г. Кузмина [5], а постановке проблемы определения галактических параметров посвящена статья С. А. Кутузова [6]. В настоящей статье рассматривается проблема построения модели Галактики и определения системы галактических параметров с практической точки зрения, приводятся некоторые предварительные результаты вычислений.

Основным звеном при построении модели Галактики является определение функции распределения масс в ней. В первом грубом приближении можно допустить, что поверхности равных плотностей в Галактике представляют собой подобные эллипсоиды вращения, имеющие общую ось и плоскость симметрии. В таком допущении радиальное распределение массы находится по круговой скорости решением интегрального уравнения:

$$V^2(x) = G \int_0^x \frac{\mu(a) da}{\sqrt{x^2 - e^2 a^2}}, \quad (1)$$

где V — круговая скорость в плоскости симметрии системы; G — постоянная тяготения; x — расстояние от оси симметрии; a — большая полуось эллипсоида равной плотности; $e = \sqrt{1 - \epsilon^2}$, причем ϵ — отношение полуосей эллипсоида и, наконец, $\mu(a) da$ — масса, заключенная между эллипсоидами с большими полуосями a и $a + da$. Величины a и x целесообразно выразить в единицах расстояния Солнца от центра системы R_0 . В таком случае для функции массы $\mu(a)$ имеем выражение:

$$\mu(a) = 4\pi R_0^2 \varepsilon \rho_0 a^2 \rho^*(a), \quad (2)$$

где $\rho^*(a)$ — пространственная плотность массы на поверхности эллипсоида с большой полуосью a в единицах околосолнечной плотности ρ_0 .

Различными авторами предложено несколько вариантов уравнения (1) и способов его решения. Так, Уайз и Мэйол [7], а также Шварцшильд [8] рассматривают плоскую модель звездной системы. В этом случае $\varepsilon \rightarrow 0$ и $\rho \rightarrow \infty$, но μ остается конечным. Вместо μ они используют поверхностную плотность σ , составляя интегральное уравнение для нее. С функцией массы поверхностная плотность связана простым интегральным соотношением (см. [2]).

Кузмин [1, 2], Перек [9, 10] и Такасе [11] представляли Галактику уже в виде неоднородного эллипсоида. В этом случае имеем пространственную модель системы. Однако фактически поверхности равной плотности не являются подобными эллипсоидами. Чтобы устранить этот недостаток, Кузмин [2] предложил обобщенную сфероидальную модель, состоящую из большого количества отдельных сфероидов. Наличие сфероидов учитывалось введением некоторых средних значений ε и e^2 как функций a .

В обобщенной модели Кузмина имеем уже три неизвестные функции — $\rho(a)$, $\varepsilon(a)$ и $e^2(a)$. Ясно, что решить одно интегральное уравнение с тремя неизвестными функциями невозможно. Если же привлечь добавочный наблюдательный материал о распределении плотности и отношении полуосей отдельных подсистем и интересоваться не только определением функции массы или поверхностной плотности, но и пространственной плотности Галактики, то более естественным и простым является рассмотрение подсистем в явном виде, не прибегая к средним ε и e^2 . Такого пути и придерживалось большинство авторов, занимающихся в последнее время изучением распределения масс в Галактике (Шмидт [12]; Перек [13], Идлис [14]).

В отношении отдельных подсистем Галактики, если они представляют собой физически однородные группы звезд, можно предположить с гораздо лучшим приближением, чем для Галактики в целом, что поверхности равной плотности являются подобными эллипсоидами вращения. Функция массы $\mu_i(a)$ и отношение полуосей эллипсоида ε_i , конечно, различны для различных подсистем. Суммируя вклад отдельных подсистем в V^2 , получим:

$$V^2(x) = 4\pi GR_0^2 \sum_i \varepsilon_i \rho_{0i} \int_0^x \frac{a^2 \rho_i^*(a) da}{\sqrt{x^2 - e_i^2 a^2}}. \quad (3)$$

В уравнении (3), с той или иной точностью, известны как функции круговой скорости V , так и функции распределения плотности подсистем ρ_i^* . Приближенно известны и параметры этой формулы — R_0 , ε_i и ρ_{0i} . Поэтому выражение (3) следует рассматривать не как интегральное уравнение для определения распределения массы в Галактике, а как уравнение для взаимного согласования и уточнения фигурирующих в нем функций и параметров.

2. Наблюдательный материал

Для построения модели Галактики имеются следующие наблюдательные факты:

а) для ближайшей окрестности Солнца имеются кинематические

данные относительно всех подсистем Галактики и данные о пространственном распределении большинства подсистем (исключая подсистемы абсолютно слабых звезд);

б) для широких областей Галактики, сравнимых с размерами всей звездной системы, известно пространственное распределение лишь для нескольких подсистем, среди которых, к счастью, фигурируют представители всех основных составляющих Галактики; кроме того, известно вращение некоторых подсистем плоской составляющей;

в) данные о вращении и распределении поверхностной плотности других галактик, которые в известной мере дополняют сведения о нашей Галактике, особенно для центральных и периферийных областей.

Как видим, наблюдательные данные весьма ограничены, так что не может быть и речи о полном описании Галактики в шестимерном фазовом пространстве. Однако их достаточно, чтобы определить общий ход распределения плотности массы для основных составляющих Галактики. Имеется возможность определить и ряд других функций, характеризующих строение Галактики.

В качестве функции, аппроксимирующей распределение плотности составляющих Галактики, мы выбрали обобщенный экспоненциальный закон

$$\rho^*(a) = \exp \left[-\frac{m_0}{\nu} (a^\nu - 1) \right], \quad (4)$$

где ν — некоторое положительное число, характеризующее степень концентрации массы к центру системы, и m_0 — околосолнечное значение градиента логарифма плотности

$$m = -\frac{\partial \ln \rho(a)}{\partial a} = -\frac{R_0}{\text{Mod}} \frac{\partial \lg \rho(R)}{\partial R}. \quad (5)$$

В частных случаях $\nu=2$ и $\nu=1$ имеем гауссово и обычное экспоненциальное распределение, которые уже неоднократно применялись для описания хода пространственной плотности подсистем Галактики [10, 11, 15]. С другой стороны, Вокулер [16] показал, что поверхностную яркость эллиптических галактик и сферических составляющих (ядро и гало) спиральных галактик можно представить при помощи функции (4) с $\nu=0,25$. Если допустить, что отношение масса/светимость для сферической составляющей данной галактики не меняется с расстоянием от центра системы, то поверхностная яркость пропорциональна поверхностной плотности массы. Решая соответствующее интегральное уравнение, мы нашли распределение пространственной плотности. Оказалось, что с достаточной точностью получается та же функция (4), но с $\nu=0,18$. Таким образом, сферические составляющие галактик описываются формулой (4) с небольшим значением ν .

Обобщенное экспоненциальное распределение (4) удобно тем, что оно определено в бесконечном интервале и поэтому учитывает наличие в звездной системе звезд с очень вытянутыми орбитами, скорости которых близки к параболической. С другой стороны, плотность убывает при больших расстояниях достаточно быстро, так что масса модели получается конечной и модель не имеет такой обширной оболочки, как модель Кузмина, вытекающая из теории третьего интеграла [3]. Далее, распределение при различных ν дает весьма различный ход градиента логарифма плотности, убывающего ($\nu < 1$) или увеличивающегося ($\nu > 1$) с увеличением a .

Для построения составной модели Галактики достаточно представить ее в виде трех составляющих: плоской, промежуточной и сфери-

ческой. Параметры, характеризующие строение составляющих, приведены в таблице 1. Значения, полученные на основе наблюдательного материала, даны в столбце 0, а значения, полученные путем уравнивания наблюдаемых величин, — в столбце 1.

Таблица 1

Параметры составляющих Галактики

Составляющая	i	ν_i	$ z _i$	ε_i		m_i		ρ_{0i}		$\frac{M_i}{M}$	Литература
				0	1	0	1	0	1		
			пс					$M_{\odot} / 10^3 \text{ пс}^3$			
Плоская Промежу- точная Сфериче- ская	1	2	145	0,022	0,022	2,35	2,35	30 ± 5	25,0	0,041	[17—20]
	2	1	400	0,09	0,13	4,00	3,30	55 ± 10	53,3	0,692	[17, 21, 22]
	3	1/3	2300	0,60	0,60	3,10	3,91	2 ± 2	1,89	0,267	[10, 12, 16, 17, 22—29]

Для вычисления сплюснутости составляющих мы определяли сплюснутости различных подсистем Галактики, пользуясь формулой

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{m\zeta}}{sR_0}, \quad (6)$$

где ζ — параметр, характеризующий распределение звезд в направлении, перпендикулярном плоскости Галактики, а s — некоторый безразмерный коэффициент, имеющий порядок единицы. Формула (6) выводится в допущении, что поверхности равной плотности подсистемы являются подобными эллипсоидами. В качестве параметра ζ может быть взята, например, одна из следующих величин:

$$\zeta_l = \frac{R_0}{l} = \left(-\frac{\partial^2 \ln \rho(z)}{\partial z^2} \right)_{z=0}^{-\frac{1}{2}}, \quad \zeta_0 = z_0 = \frac{1}{\rho(0)} \int_0^{\infty} \rho(z) dz, \quad (7)$$

$$\zeta_1 = |z| = \frac{\int_0^{\infty} z \rho(z) dz}{\int_0^{\infty} \rho(z) dz}, \quad \zeta_2^2 = \frac{\int_0^{\infty} z^2 \rho(z) dz}{\int_0^{\infty} \rho(z) dz},$$

(l — параметр, введенный Кутузовым [6], z_0 — эквивалентная полутолщина Галактики [1]). Численное значение коэффициента s зависит от конкретного вида распределения плотности. Если принять для плотности закон (4), то при $\nu=2$ и $\nu=1$ имеем значения, приведенные в таблице 2.

Таблица 2

ν	m	s_e	s_1	s_2	s_2/s_1
2	—	1,253	0,798	1,000	1,253
1	2	1,461	1,026	1,328	1,294
1	3	1,397	0,954	1,236	1,296
1	4	1,363	0,917	1,193	1,301
1	5	1,342	0,894	1,168	1,306

Следует сказать, что $s_0 = 1$, независимо от конкретного вида распределения плотности.

Сравнивая выведенные нами величины ε с результатами Шмидта [12] и Идлиса [14], можно сказать следующее. Отношение полуосей для плоской составляющей хорошо согласуется с результатами других авторов. Лишь для центральных областей Галактики Идлис взял $\varepsilon = 0,25$, чтобы получить при заданной поверхностной плотности меньшую пространственную плотность. С этим, однако, трудно согласиться, так как непосредственные оценки [18, 29] указывают, что толщина слоя межзвездного водорода — основной подсистемы плоской составляющей Галактики — не увеличивается с приближением к центру системы, а, наоборот, убывает. Данные об отношении полуосей для промежуточной составляющей согласуются с данными Шмидта (Идлис в своей модели не рассматривает эту составляющую). Данные для сферической составляющей расходятся сильно. Шмидт взял в этом случае $\varepsilon = 0,16$, что явно мало. Идлис взял для периферийных областей Галактики в среднем $\varepsilon = 0,5$, что вполне приемлемо. Однако в центре системы он принимал заниженное значение $\varepsilon = 0,25$. Фотографии спиральных галактик, видимых с ребра, показывают, что ядра этих систем имеют ε порядка 0,5—0,7 [26, 28]. Видимое уменьшение ε для внутренних областей у подсистем шаровых скоплений и короткопериодических цефеид, отмеченное Идлисом, вызвано тем, что эти подсистемы не являются однородными, а состоят из смеси объектов промежуточной и сферической составляющих [23, 24].

Показатель γ был выбран так, чтобы закон (4) удовлетворительно представлял имеющиеся данные о распределении плотности плоских [18, 19], промежуточных [22, 28] и сферических [16, 22, 24, 25, 28] подсистем.

Градиент m для промежуточной составляющей был взят по сводке Идлиса [14], а для плоской и сферической был вычислен заново. При этом оказалось, что ранние определения этого градиента для сферических подсистем преувеличены.

Кроме данных о строении отдельных составляющих, для вывода системы галактических параметров и построения модели Галактики необходимо еще знание хода круговой скорости. Нужный для этой цели наблюдательный материал имеется в виде радиоастрономических определений дифференциального вращения межзвездного водорода. Мы использовали данные голландских ученых в обработке Кви, Мюллера, Вестерхаута [30] и Агеяна и Клосовской [31]. На основании этого материала мы составили для восьми значений x нормальные точки функции дифференциального вращения Галактики U . Эта функция связана с круговой скоростью V формулой

$$V(x) = U(x) + xV_0, \quad (8)$$

где V_0 — круговая скорость в окрестностях Солнца. Результаты вместе с оценками их средних ошибок приведены в таблице 3.

Наконец, мы использовали еще ряд параметров, околосолнечные значения которых вместе с их ошибками даны в таблице 4*.

При выводе расстояния до центра Галактики учитывались только независимые оценки, динамические определения не брались во внимание. Последние зависят от других галактических параметров; при последующей же обработке методом наименьших квадратов предполагалось, что все оценки уравниваемых параметров должны быть независимыми.

* Сводка была составлена в первой половине 1962 г. на основании данных до конца 1961 г.

Таблица 3

Дифференциальное вращение Галактики

x	0	I	Кузмин [2]	Шмидт [12]	Идлис [14]
0,05	125±25	105	96	92	17
0,1	135±20	128	118	113	34
0,2	135±20	141	128	124	64
0,4	120±10	131	114	116	96
0,6	91±6	99	88	89	88
0,8	53±4	53	53	53	52
1,0	0±2	0	9	0	0
1,25	-76±15	-74	-76	-74	-75

Таблица 4

Околосолнечные значения галактических параметров

Величина	Единица измерения	0	I	II	Модели			Литература
					Кузмина [2]	Шмидта [12]	Идлиса [14]	
R_0	кпс	8,7±0,5	—	8,5±0,3	7,5	8,2	8,5	[32—35]
V_0	км/сек	250±15	241	249±9	250	216	236	[36—38]
W'	"	140±10	142	146±4	150	160	141	[30, 31]
A	км/сек/кпс	17,7±1,2	—	17,3±0,4	20,1	19,5	16,6	[35, 40—45]
B	"	-10±3	—	-12,2±1,1	-13,3	-6,9	-11,2	[46—49]
C	"	67,5±2	68,1	—	68	72	68	[50—53]
k_θ	"	0,45±0,05	—	0,41±0,02	0,40	0,26	0,41	[36, 54]
k_z	"	0,28±0,04	—	0,29±0,01	0,28	0,22	0,28	"
$\frac{\varepsilon}{m}$	"	—	0,11	—	0,16	0,07	0,11	
P	"	—	3,0	—	3,5	6,2	3,1	
R	км/сек	—	356	—	367	286	341	
M	$10^9 M_\odot$	—	117	—	107	70	100	

Круговая скорость определяется, в основном, динамически по асимметрическому смещению центроидов скоростей звезд [36]. Эти данные, а также соответствующая формула нигде в другом месте при построении системы галактических параметров не фигурируют, так что определение скорости можно считать независимым. Кроме того, учитывались общединамические соображения [37, 38], согласно которым V_0 не может быть много меньше 275 км/сек.

Кинематический параметр $W = -\frac{1}{2} (dU/dx)_{x=1}$, характеризующий околосолнечное значение функции дифференциального вращения Галактики, мы определили заново на основе хода функции U (см. табл. 3). Это значение несколько меньше, чем обычно принимается за рубежом [12, 29], и практически совпадает со значением, полученным Г. М. Идлисом [14] (см. табл. 4).

Параметры Оорта—Кузмина A , B и C мы рассматриваем в динамическом смысле, т. е. соответствующими гравитационному ускорению по R и z .

При вычислении параметра Оорта A учитывались только определения, дающие $A > 15$ км/сек/кпс. Полученные некоторыми авторами заметно меньшие значения искажены, по-видимому, местными особенностями некоторых подсистем звезд или недостатками в методике обработки материала. При вычислении средней ошибки A мы учитывали, что многие авторы использовали практически один и тот же наблюдательный материал.

Параметр B получается, как известно, различным в системе GC и $FK3$. Большинство астрономов предпочитают систему $FK3$, в которой получается $B = -7$. Это значение приводит, однако, к различным динамическим затруднениям [2]. Поэтому мы брали среднее из значений B в системах GC и $FK3$, увеличивая при этом среднюю ошибку, которая, кроме случайной ошибки, учитывает и неизвестную систематическую ошибку.

Параметр C взят по определениям Кузмина [52] и Ээлсалу [53]. Полученные некоторыми авторами заметно большие значения искажены, как указал Ээлсалу [53, 55], несовершенством применяемой методики.

Отношения дисперсий скоростей звезд

$$k_{\theta} = \frac{\sigma_{\theta}^2}{\sigma_R^2}, \quad k_z = \frac{\sigma_z^2}{\sigma_R^2} \quad (9)$$

брались по [36] и [54]. В этих работах использованы компоненты пространственных скоростей звезд, причем материал разбит по физическим признакам на отдельные подсистемы. Определения отношения дисперсий, выполненные по собственным движениям [56], не учитывались. Повидимому, они искажены систематическими ошибками, на что обратил внимание Уйвер [57].

3. Построение модели Галактики и уравнивание галактических параметров

При построении модели Галактики предполагается, что имеется ряд теоретических соотношений, связывающих между собой определенные из наблюдений параметры. В качестве таких соотношений обычно применяются уравнение (1) или (3), формула Пуассона

$$4\pi G \rho_t = C^2 - 2(A^2 - B^2), \quad (10)$$

где ρ_t — тотальная пространственная плотность массы; формула Линдблада:

$$k_{\theta} = \frac{-B}{A-B}, \quad (11)$$

и также следующие выражения, вытекающие из определения A , B и W :

$$AR_0 - W = 0, \quad (12)$$

$$R_0(A - B) - V_0 = 0. \quad (13)$$

К ним можно добавить еще дифференциальное следствие из формулы (3)

$$\frac{dV^2(x)}{dx} = 4\pi GR_0^2 \sum_i \varepsilon_i \rho_{0i} \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{a^2 \rho_i^2(a) da}{\sqrt{x^2 - e_i^2 a^2}} \quad (14)$$

и формулу Кузмина [58]

$$k_z^{-1} = 1 + k_{\theta}^{-1}. \quad (15)$$

Вследствие случайных и неучтенных систематических ошибок в определении параметров или функций описания, а также неточности примененной теории равенства не выполняются вполне точно. Для того,

чтобы уравнения удовлетворялись, приходится несколько изменить параметры и функции описания. До сих пор это делалось путем проб и результат сильно зависел от вкуса автора. Более того, часто принималась некоторая система округленных значений основных параметров (напр., в работе [12] A, B, C, W), тогда как все другие параметры брались не по наблюдениям, а вычислялись по формулам (10) — (13).

Таблица 5

Функции распределения составной модели Галактики

x	$\lg \rho_1$	$\lg \rho_2$	$\lg \rho_3$	$\lg \rho_t$	V	P	$\bar{\varepsilon}$	\bar{m}
0,00	0,004	1,256	3,071	3,078	0	616	0,592	384,96
0,05	0,002	1,185	1,586	1,740	117	599	0,456	21,15
0,10	1,999	1,113	1,098	1,423	152	578	0,348	10,21
0,20	1,984	0,969	0,485	1,125	190	542	0,230	4,96
0,30	1,958	0,826	0,054	0,941	212	510	0,180	3,73
0,40	1,923	0,683	1,712	0,790	227	482	0,155	3,30
0,5	1,976	0,539	1,422	0,651	238	457	0,140	3,11
0,6	1,820	0,396	1,169	0,518	243	433	0,129	3,00
0,7	1,754	0,253	2,942	0,388	246	411	0,122	2,99
0,8	1,677	0,109	2,740	0,259	246	391	0,116	2,98
0,9	1,590	1,966	2,546	0,130	244	373	0,111	2,99
1,0	1,494	1,823	2,372	0,000	241	356	0,107	3,02
1,1	1,386	1,679	2,208	1,868	236	340	0,105	3,07
1,2	1,269	1,536	2,053	1,733	230	326	0,103	3,13
1,3	1,140	1,393	3,907	1,595	224	313	0,101	3,21
1,4	1,004	1,249	3,768	1,454	218	301	0,101	3,29
1,5	2,856	1,106	3,636	1,309	212	290	0,102	3,37
1,6	2,697	2,963	3,507	1,161	206	280	0,103	3,45
1,7	2,529	2,819	3,388	1,011	200	271	0,104	3,52
1,8	2,350	2,676	3,271	2,856	194	263	0,107	3,57
1,9	2,162	2,533	3,160	2,700	188	256	0,110	3,62
2,0	3,963	2,390	3,049	2,542	183	248	0,115	3,64
2,1	3,753	2,246	4,944	2,383	178	242	0,122	3,65
2,2	3,534	2,103	4,843	2,225	173	236	0,128	3,64
2,3	3,304	3,960	4,744	2,067	168	231	0,134	3,61
2,4	3,064	3,816	4,647	3,914	164	225	0,140	3,57
2,5	4,815	3,673	4,555	3,757	160	220	0,147	3,52
2,6	4,558	3,530	4,462	3,606	157	216	0,154	3,46
2,7	4,284	3,386	4,375	3,459	154	212	0,159	3,40
2,8	5,959	3,243	4,288	3,304	150	208	0,168	3,29
2,9	5,711	3,100	4,204	3,166	147	204	0,173	3,24
3,0	5,415	4,956	4,121	3,026	145	200	0,185	3,21

Объективным способом вывода наилучшей системы галактических параметров и построения соответственной модели Галактики является применение метода наименьших квадратов. При этом уравнения (3) и (10) — (15) рассматриваются не как выражения для определения той или иной величины, а как фундаментальные уравнения для уравнивания галактических параметров [6].

Уравнивание параметров было нами выполнено дважды, с использованием модели распределения массы в Галактике и без этого. Такой путь решения задачи был выбран для того, чтобы выяснить пригодность модели (4) для описания строения составляющих Галактики.

В первом случае методом наименьших квадратов уравнивались следующие величины: околосолнечные плотности промежуточной и сферической составляющих ρ_{02} и ρ_{03} ; околосолнечное значение круговой скорости V_0 ; кинематический параметр W ; параметр Кузмина C ; значения функции U для восьми точек (см. табл. 3). В качестве фундаментальных уравнений брались уравнения (3), (10) и (14), причем в (3) и (14) вместо $V(x)$ подставлялось выражение (8), а вместо $\rho_i^*(a)$ — выражение (4). Результаты вычислений даны в таблицах 1, 3 и 4 (вариант I).

Во втором случае уравнивались околосолнечные значения величин: параметры Оорта A, B ; круговая скорость V_0 ; параметр W ; расстояние от центра Галактики R_0 ; отношения дисперсий скоростей k_θ и k_z . Фундаментальными уравнениями служили формулы (11)—(13) и (15). Результаты приведены в таблице 4 (вариант II).

Кроме того, вычислялись средние значения отношения полуосей $\bar{\varepsilon}$ и градиента \bar{m} (с весом ρ_i), полная масса Галактики

$$M = 4\pi R_0^3 \sum_i \varepsilon_i \rho_{0i} M_{2i}^* \quad (16)$$

и параболическая скорость $P = \sqrt{2\Phi}$ (Φ — гравитационный потенциал)

$$P^2(x) = 2 \int_x^\infty \frac{V^2(x) dx}{x} = 8\pi G R_0^2 \sum_i \varepsilon_i \rho_{0i} \Phi_i^*(x). \quad (17)$$

В формуле (16) M_{2i}^* — масса подсистемы в единицах $4\pi R_0^3 \varepsilon_i \rho_{0i}$. Коэффициент M_{2i}^* представляет собой частный случай $j=2$ моментов M_{ji}^* функции $\rho_i^*(a)$. Если для $\rho_i^*(a)$ принять выражение (4), то в общем случае имеем:

$$M_{ji}^* = \int_0^\infty a^j \rho_i^*(a) da = \frac{1}{v} \exp\left(\frac{m_0}{v}\right) \left(\frac{m_0}{v}\right)^{-\frac{1+j}{v}} \Gamma\left(\frac{1+j}{v}\right), \quad (18)$$

где Γ — гамма-функция.

Фигурирующие в формуле (17) функции $\Phi_i^*(x)$ представляют собой гравитационные потенциалы подсистем в плоскости $z=0$ в единицах $4\pi G R_0^2 \varepsilon_i \rho_{0i}$. Они вычисляются по формуле

$$\Phi_i^*(x) = \int_0^\infty \rho_i^*(a) \chi_i\left(\frac{a}{x}\right) a da, \quad (19)$$

где

$$\chi_i\left(\frac{a}{x}\right) = \begin{cases} \frac{1}{e_i} \arcsin \frac{e_i a}{x}, & a \leq x, \\ \frac{1}{e_i} \arcsin e_i, & a \geq x. \end{cases} \quad (20)$$

Для $x=0$ имеем как частный случай

$$\Phi_i^*(0) = \frac{\arcsin e_i}{e_i} M_{1i}^*, \quad (21)$$

а для больших x получим следующее асимптотическое разложение:

$$\Phi^*(x) \approx \frac{M_2^*}{x} \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \left(\frac{e}{x} \right)^2 \frac{M_4^*}{M_2^*} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{1}{5} \left(\frac{e}{x} \right)^4 \frac{M_6^*}{M_2^*} + \dots \right]. \quad (22)$$

4. Выводы

Уравнивание в первом варианте с первоначальными исходными данными (столбец 0 в таблицах 1, 3 и 4) не дало удовлетворительных результатов. Полученная система галактических параметров заметно отличалась от таковой при втором варианте, вычисленная кривая круговой скорости имела недопустимое расхождение с наблюдаемой кривой. Однако оказывалось, что получаемая кривая круговой скорости весьма чувствительна к изменению параметров формул (3) и (4) для промежуточной и сферической составляющих. Плоская составляющая дает такой малый вклад в выражение для V^2 (менее 5%), что от ее параметров кривая V^2 почти не зависит. После небольшого изменения ε и m (табл. 1, вариант I) промежуточной и сферической составляющей мы выполнили уравнивание заново. Результаты на этот раз получились удовлетворительными. Их согласие как с исходными данными, так и с результатами уравнивания без модели (вариант II) хорошее. Ошибки параметров после уравнивания в варианте II получились заметно меньшими.

Логарифмы плотности составляющих и тотальной плотности, средние значения отношения полуосей и градиента логарифма плотности, а также ход круговой скорости даны в таблице 5 и на рисунках 1—4. При вычислениях мы приняли галактические параметры согласно варианту I. Значения плотности ρ_z и ρ_t при $x=0$ соответствуют средней плотности в эллипсоиде с большой полуосью $a=0,0016$, градиент m вычислен для расстояния $x=0,001$ (при $\nu < 1$ $m \rightarrow \infty$, если $x \rightarrow 0$).

Сравним теперь полученные предварительные системы галактических параметров с системами, вытекающими из моделей Кузмина [2], Шмидта [12] и Идлиса [14] (см. табл. 4).

Система Кузмина отличается от других «классическими» значениями параметров A_0 , B_0 и R_0 . Средняя ε модели несколько преувеличена, так как значения A_0 и B_0 приняты слишком большими и, кроме того, при вычислении ε принималась весьма грубая модель Галактики (формула (56) в работе [51]).

Система Шмидта заметно отличается от нашей. В ней принято B в системе ЕКЗ, что приводит к заниженным значениям круговой и параболической скорости, а также отношения k_θ , но, с другой стороны, к неприемлемо большому значению градиента m_0 . В последнее время Шмидт убедился в необходимости уменьшения градиента плотности [39, 59].

Модель Шмидта вследствие большого градиента плотности имеет слишком малые размеры и резкие границы. Это приводит к чересчур быстрому уменьшению круговой скорости с увеличением расстояния и малому значению скорости освобождения.

Наша система параметров хорошо согласуется с системой Идлиса. Но модель Идлиса имеет существенный недостаток — приняв закон Паренаго для круговой скорости, Идлис не имел возможности учесть наличие в Галактике весьма плотного и довольно массивного ядра и обширного гало.

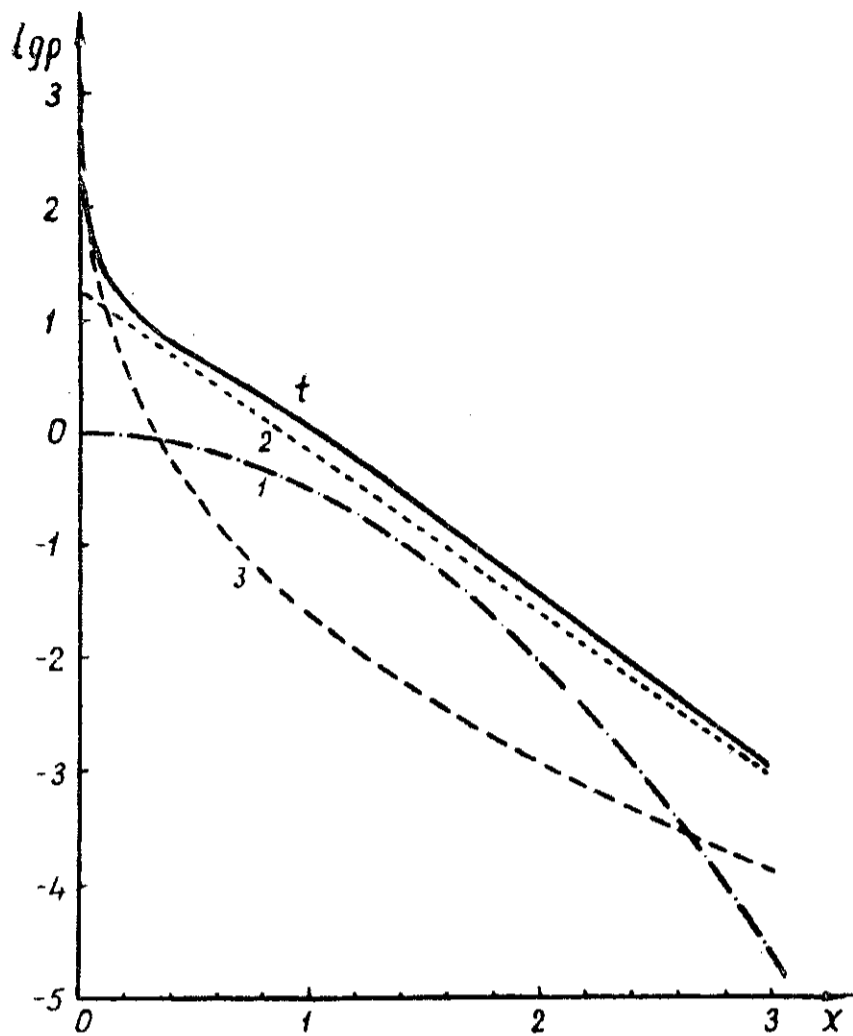


Рис. 1. Распределение логарифма плотности в единицах околосолнечной общей плотности: t — общая плотность; 1, 2 и 3 — плотности плоской, промежуточной и сферической составляющих.

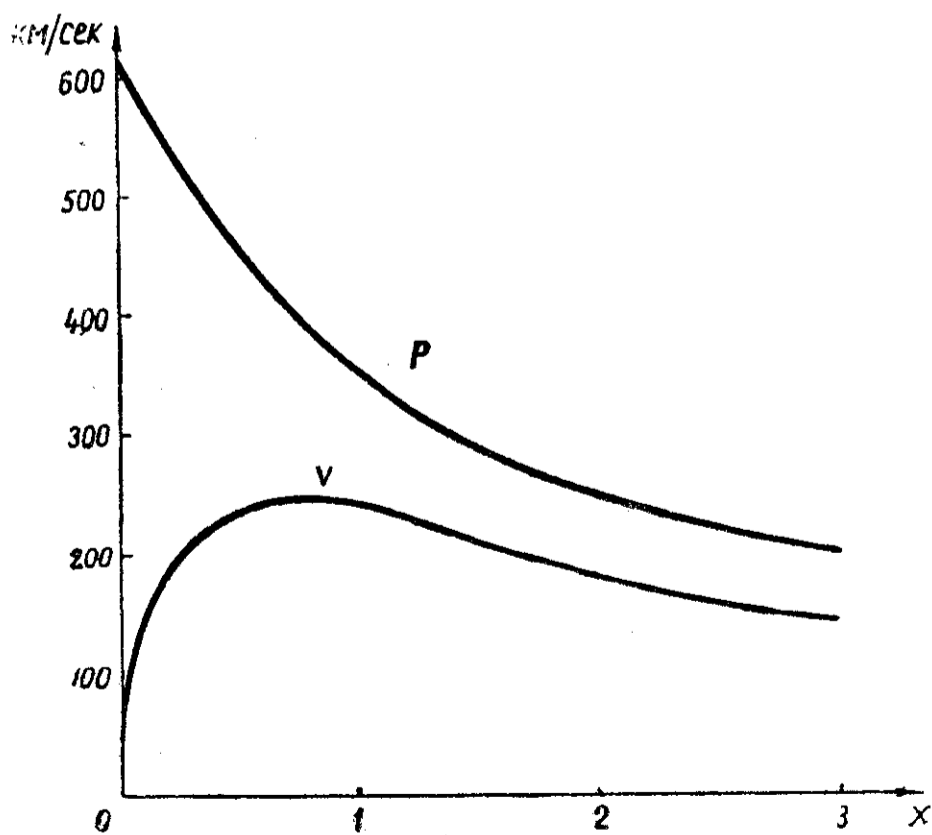


Рис. 2. Зависимость круговой и параболической скорости от расстояния до центра Галактики.

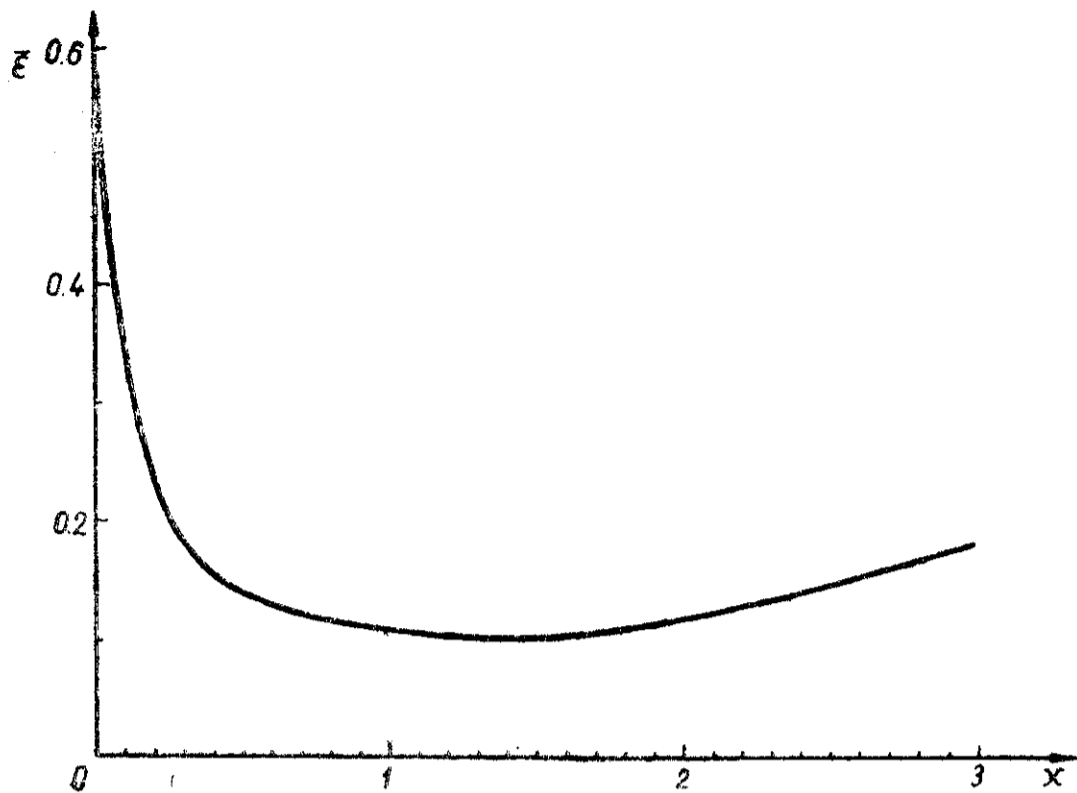


Рис. 3. Зависимость среднего отношения полуосей $\bar{\epsilon}$ от расстояния до центра Галактики.

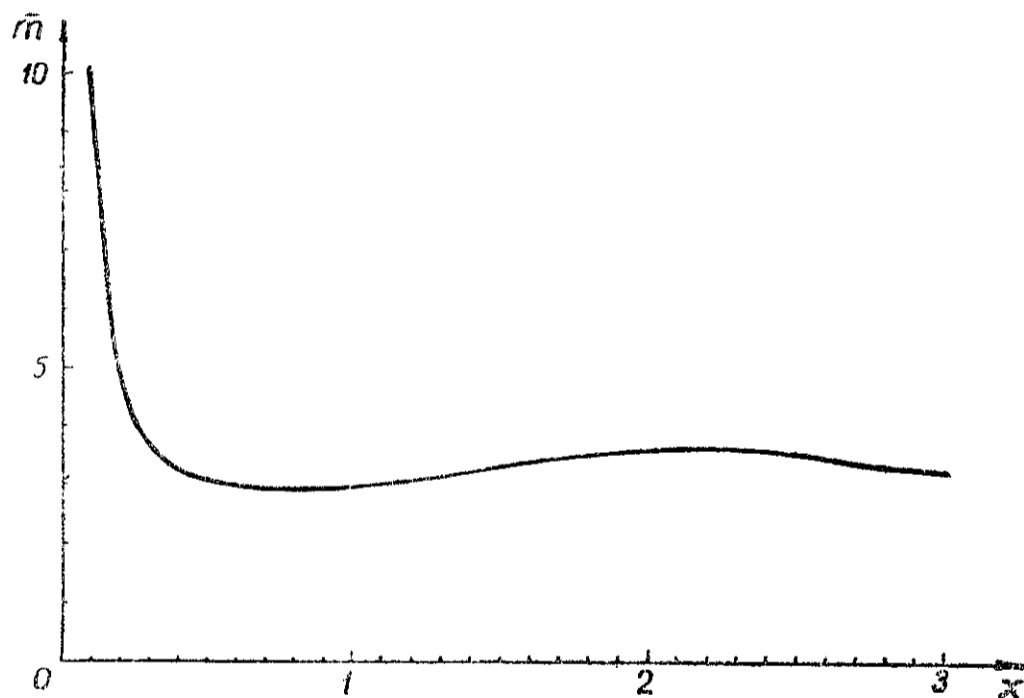


Рис. 4. Зависимость среднего градиента логарифма плотности \bar{m} от расстояния до центра Галактики.

На основе полученных предварительных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Формула (4) позволяет построить составную модель Галактики, удовлетворительно представляющую имеющиеся данные о пространственно-кинематическом строении Галактики.

2. Параметры составной модели Галактики в процессе уравнивания значительно уточняются.

Выражаю благодарность Г. Г. Кузмину, С. А. Кутузову, Г. М. Идлису и И. Л. Генкину за обсуждение работы и ценные замечания, М. Лийганту за подготовку наблюдательных данных о параметрах A , B и R_0 , а также У. Рюммел, М. Рюммел и М. Илмас за помощь при вычислениях и оформлении статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузмин Г. Г.— Публ. Тартуской астрон. обс., 32, 211, 1952.
2. Кузмин Г. Г.— Tartu Astr. Obs. Teated, № 3, 1956.
3. Кузмин Г. Г.— А. Ж., 33, 27, 1956 (Tartu Astr. Obs. Teated, № 2).
4. Кузмин Г. Г., Кутузов С. А.— Бюлл. Абастуманск. астрофиз. обс., 27, 82, 1962.
5. Кузмин Г. Г.— Труды Астрофиз. ин-та АН КазССР, 5, 70, 1964.
6. Кутузов С. А.— Труды Астрофиз. ин-та АН КазССР, 5, 78, 1964.
7. Wyse A. B., Mayall N. U.— Ap. J., 95, 24, 1942.
8. Schwarzschild M.— A. J., 59, 273, 1954.
9. Perek L.— Brno Contr. 1, № 8, 1951.
10. Perek L.— Brno Contr. 1, № 6, 1948; № 13, 1954.
11. Takase B.— Publ. Astr. Soc. Japan 7, 201, 1955 (Tokyo Repr., № 131).
12. Schmidt M.— V. A. N., 13, 15, 1956.
13. Perek L.— Bull. Astr. Inst. Czechosl., 10, 15, 1959.
14. Идлис Г. М.— Труды Астрофиз. ин-та АН КазССР, 1, 148, 1961.
15. Perek L.— Bull. Astr. Inst. Czechosl., 9, 208, 1958.
16. Vaucouleurs, G. de, Ann. d'Astroph., 11, 247, 1948; M. N. 113, 134, 1953.
17. Oort J. H., Ricerche Astr. Vaticana, 5, 415, 1958.
18. Westerhout G.— V. A. N., 13, 201, 1957.
19. Schmidt M.— V. A. N., 13, 247, 1957.
20. Копылов И. М., Кумайгородская Р. Н.— Изв. Крымской астрофиз. обс., 15, 169, 1955.
21. Копылов И. М.— Изв. Крымской астрофиз. обс., 13, 23, 46, 1955.
22. Кукаркин Б. В. Исследование строения и развития звездных систем, М.— Л., Гостехиздат, 1949.
23. Notni P.— Wiss Zeitschr. Fr. Schiller Univ. Jena, Math. Naturwiss. Reihe, Hf. 3/4, 145, 1957.
24. Baade W.— Ricerche Astr. Vaticana, 5, 303, 1958.
25. Oort J. H.— I. A. U. Trans. 10, 433, 1960.
26. Johnson H. M.— Ap. J., 133, 309, 1961.
27. Wallerstein G.— A. J., 67, 329, 1962.
28. Вокулер Ж. Классификация и морфология галактик; Общие физические свойства галактик. В сб.: «Строение звездных систем». М., ИЛ, 1962.
29. Лозинская Т. А., Кардашев Н. С.— А. Ж., 40, 209, 1963.
30. Kwee K. K., Muller C. A., Westerhout G.— V. A. N., 12, 211, 1954.
31. Агекян Т. А., Клосовская Е. В.— Вестник Ленинградского унив. № 13, серия матем., механ. и астр., вып. 3, 1962.
32. Baade W. Michigan Symposium on Astrophysics, Lecture X, 24, 1953.
33. Whitford A. E.— P. A. S. P., 73, 94, 1961.
34. Weaver H.— A. J., 59, 375, 1954.
35. Feast M. F., Thackeray A. D.— M. N., 118, 125, 1958.
36. Паренато П. П.— Труды ГАИШ, 20, 26, 1951.
37. Fricke W.— A. N., 277, 255, 1949 (Hamburg Mitt. № 68).
38. Fricke W.— A. N., 278, 269, 1949 (Hamburg Mitt. № 69).
39. Schmidt M.— P. A. S. P., 73, 103, 1961.
40. Stibbs D. W. N.— M. N., 116, 453, 1956.
41. Petrie R., Cuttle P., Andrews P.— A. J., 61, 289, 1956.
42. Gascoigne S. C. B., Eggen O. J.— M. N., 117, 430, 1957.
43. Walraven Th., Muller A. B., Oosterhoff P. Th.— V. A. N., 14, 81, 1958.
44. Janek F.— Bull. Astr. Inst. Czechosl, 9, 139, 1958.
45. Псковский Ю. П.— А. Ж., 36, 448, 1959.
46. Van de Kamp P., Vyssotsky A. N.— Mc Cormick Publ. 7, 1, 1937.
47. Wilson R. E., Raymond H.— A. J., 47, 46, 1938.
48. Vyssotsky A. N., Williams E.— A. J., 53, 49, 1948.
49. Morgan H., Oort J. H.— V. A. N., 11, 379, 1951.
50. Oort J. H.— V. A. N., 6, 249, 1932.
51. Кузмин Г. Г.— Публ. Тартуской астрон. обс., 32, 5, 1952.
52. Кузмин Г. Г.— Публ. Тартуской астрон. обс., 33, 3, 1955.
53. Ээлсалу Х.— Публ. Тартуской астрон. обс., 33, 153, 1958.
54. Dyer E. R. Jr.— A. J., 61, 228, 1956.
55. Ээлсалу Х.— Публ. Тартуской астрон. обс., 33, 416, 1961.
56. Hins C. H., Blaauw A.— V. A. N., 10, 365, 1948.
57. Weaver H.— The Velocity Ellipsoid and the Determination of its Parameters. University of California, Berkeley.
58. Кузмин Г. Г.— Публ. Тартуской астрон. обс., 33, 351, 1961.
59. Schmidt M.— I. A. U. Trans., 11B, 414, 1962.

SUMMARY

**«On the Construction of a Composite Model for the Galaxy
and on the Determination of the System of Galactic
Parameters» by J. Einasto**

Methods for determining the mass distribution in the Galaxy are outlined and observational data needed for the construction of the composite model of the Galaxy and for the determination of the corresponding system of galactic parameters are described. The subsystems of the Galaxy are assumed to be inhomogeneous ellipsoids with common axes and planes of symmetry. The density law is adopted in the form of a generalized exponential function (4), $\rho^*(a)$ being the density of subsystem in units of its density in the solar neighbourhood, ρ_0 , m — the logarithmic density gradient (5), a — the major semiaxis of the equidensity ellipsoid and v — a coefficient, characterizing the central concentration of the mass. The circular velocity in the plane of symmetry, V , and the densities of the subsystems are related to each other by the equation (3), where x is the distance from the axis of symmetry of the Galaxy in the units of solar distance, R_0 , G — the gravitational constant, ε — the ratio of the minor and major semiaxis of the equidensity ellipsoids of the subsystem.

The galactic density function can be presented as a superposition of the three subsystems, corresponding to the three main populations in the Galaxy — the flat, disk and halo populations. The observed values of parameters, characterizing the structure of these subsystems, are given in Table 1, in the column 0. The ratio ε is determined from formulae (6). The gradient m and the parameter ζ , characterizing the z —distribution of stars of the subsystems (7), are determined from observations, s is a dimensionless coefficient taken from Table 2. The observed values for the differential galactic rotation function, U , defined by equation (8), are given in Table 3 (column 0). The numerical values of galactic parameters presented in Table 4, A , B , C being Oort — Kuzmin dynamical parameters, k_θ and k_z the ratios of velocity dispersions (9), V_0 — the circular velocity and $W = -1/2 (dU/dx)_{x=1}$.

In adjusting the values of the parameters in the galactic parameter system and in constructing the composite galactic model the least-square method has been used. The calculations have been made twice, first, for the composite model (column I in Table 1, 3, 4) and, second, for the galactic parameters only, without any concrete model (column II in Table 4). In the first case, using equations (3), (10) and (14), the following parameters have been adjusted: ρ_{0i} , m_0 , ε_i , W , C and values for the function U for eight values of x . In the second case equations (11)—(13) and (15) have been used, for adjustment of parameters R_0 , V_0 , A , B , W , k and k_z . For case I, in addition, the total mass of Galaxy, M , has been calculated (16), (18), as well as the parabolic velocity, P (17), (19)—(22) (Table 4, 5). The values of various functions, describing the structure of the composite model of the Galaxy, in case I, are presented in Table 5 and in Figures 1—4.

An inspection of Tables 1, 3 and 4 shows, that the cases I and II are in good mutual agreement. As a consequence we may conclude that the law (4) allows of a composite galactic model yielding a good approximation to the real Galaxy. After adjusting the values of the parameters their mean errors decrease noticeably.

A comparison of our model and system of galactic parameters with those found by Kuzmin [2], Schmidt [12] and Idlis [14] is given.